# Afleveringsopgave 7

Af Jesper Bertelsen, AU-ID: au689481

### Afleveringsbeskrivelse:

Denne opgave må laves som en gruppeopgave, med gruppestørrelse mellem 1 og  
4 personer fra samme TØ hold. Opgaveløsningen forsynes med navnene af alle  
gruppemedlemmer, og hver gruppemedlem uploader en kopi af besvarelsen,  
som én pdf fil, brightspace under “Course Tools > Assignments > Aflevering 7”.  
Afleveringsfristen bestemmes af din instruktor, men ligger omkring uge 16.  
En parkeringsplads på 20 m ×30 m bliver oplyst via lamper placeret forskel-  
lige steder og i forskellige højde, som angivet i figur 1 side 3.  
Parkeringspladsen inddeles i en rektangulær gitter af 600 kvadrater hver  
af størrelse 1 m ×1 m . Tallet 𝑦𝑗 angiver belysningsniveauet i kvadrat 𝑗, for  
𝑗 =0,...,599. Lad 𝑥𝑖 angiver styrken af lampe 𝑖. Vi vælger enheder så at  
bidraget til belysningen i kvadrat 𝑗 fra lampe 𝑖 er 𝑥𝑖/𝑑2𝑖𝑗, hvor 𝑑𝑖𝑗 er afstanden i  
ℝ3 fra lampen til centrum af kvadrat 𝑗.

## Angiv hvordan belysningsniveauet y = (y0, ..., y599) og styrkeren x = (x0, ... x11) er relateret via et lineært løsningssystem. Opstil koefficientmatricen for systemet i python.

Der haves 3 parametre

d = distance fra centrum

y = belysningsniveauet i kvadrattet

x = Angiver styrken af lampen i

Lampernes placering ses som værende centrum for koordinatssystemet, hvis man går ud fra at et kvadrat er [x:x+1] bred og [y:y+1] højt.

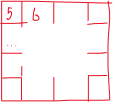
Ud fra denne tankegang vil distancen kunne skrives som



For dette tilfælde med lampen 0 ud til hvilken som helst af dens



4 nærliggende kvadratter 1, 2, 3, 4.



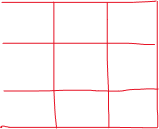
Hvis vi da udvider dette så må afstanden kunne skrives som

Med dette in mente kan vi skrive ting op for lamperne.

Python code:

Et billede, der indeholder kalender

Automatisk genereret beskrivelse



Nu skal vores koefficient matrice stilles op.

Den måde jeg stiller min op på, er at jeg laver en 600x1 vektorer, med kvadratter gående ned ad rækkerne, henad søjlerne, for hver lampe. Matricen bliver da en 600x12 matrice.

Min python code til at lave A matricen.

Et billede, der indeholder tekst

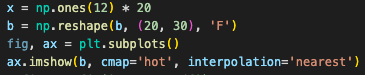
Automatisk genereret beskrivelse

## Lav et heatplot der viser belysningsniveauet i hver kvadrat når alle lampe er tændt med styrke = 20,0.

X sættes til at være en 12x1 matrice med værdier på 20.

b matricen laves til en 20x30 matrice for at kunne lave et heatplot.

Min python code:







!!!

Der ses, at min fremgangsmåde højest sandsynligt er spejlvendt om x aksen. Det kan mulighvis klares ved at lave dataene med en reverse(range(rækker)), men hvis ikke, kan dette laves til et stort problem, ud af noget ellers småt.

Igennem opgaven huskes der da på, at hvad der ses, er spejlvendt om x.

!!!

## Der ønskes at belysningsniveauet bliver så tæt så muligt på 1,0 i alle kvadrater. Brug den mindste kvadraters metode til at bestemme i python lysstyrken i hver lampe ved brug af

### ( i ) 𝑄𝑅-dekomponering via forbedret Gram-Schmidt

Løsningen findes med Gram Schmidt ved formlen

Og derefter lave back\_substitution på

& r for at få x.

### ( ii ) SVD-dekomponering.

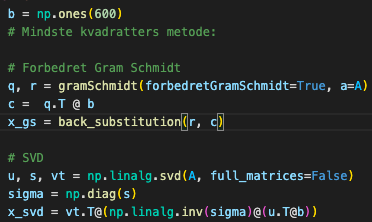
Ved SVD skal der ikke laves back substitution.

Løsningen med SVD dekomponering er

### Løsningerne

b værdien laves til en 600x1 matrice med 1’ere, svarende til, at belysningsniveauet i hvert kvadrat er 1.

Jeg har lavet løsningerne med min python kode:



Hvor jeg får resultaterne:

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

## Lav en heatplot af resultaterne fra del (c) på en måde, som bedst illustrerer hvor tæt værdierne er på den ønskede. Hvad er den maksimale afvigelse fra den ønskede værdi 1,0? Er der stor forskel mellem resultaterne fra de to metoder?

b = a @ x\_( en af de to metoder ) samme procedure.

b = reshape - np.ones((20, 30)) afstand fra værdien 1.

Der plottes:

Figure 2: Løsning Gram Schmidt

Figure 1: Løsning SVD

Som der ses, er løsninger så tætte på at være lige med hinanden, at de praktisk talt ser ens ud. Jeg arbejder derfra ud fra Gram Schmidt løsningen.

De største afstande fra værdien 1 ses ved de hvide områder og de sorte områder.

Med tanken om, at billederne er spejlvendt om x aksen, så ses der, at den største afvigelse må fra 1 må være i højre hjørne i bunden.

Det er også højre hjørne i bunden som skånes til at have den største afstand fra en lampe.

## Beregn tallene *𝜅*(*𝐴*), cos *𝜃* og *𝜂*, som styrer konditionstallene for problemet (sml. notesæt 17). Angiv den tilsvarende øvre grænse for konditionstallet for hvordan ændring i *𝐴* påvirker ændring i den beregnede *𝑥* i del (c). Brug dette til at forklare hvor nøjagtig I kan forvente beregning af *𝑥* til at være.

, hvor ,

Disse laves udelukkende ud fra Gram Schmidt løsningen, da det var tydeligt ud fra heatplot diagrammerne, at disse var meget, meget tæt på ens.

For konditionstallet bruges formlen:

Som gælder for løsninger , som er den der er blevet brugt.

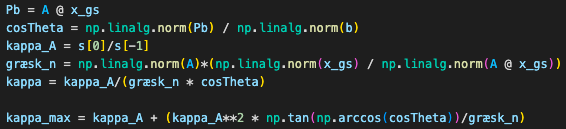
Følgende opfyldes også for løsningen , i henhold til formel 17.3 i notesæt 17.

Med hovedet under armen indsætter vi dette i python. Resultatet må være den størst mulige værdi for konditionstallet.

må da være det første element delt med det sidste element.

Det hele løses i python.

Min python kode:



Med resultatet:

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

Til at forstå hvad dette skal betyde, har vi brug for machine epsilon.

Vores værdier er nemlig korrekte indenfor

Numpy har en funktion til at finde machine epsilon: .

Resultatet af det er:

Et billede, der indeholder tekst

Automatisk genereret beskrivelse

Så altså vores svar er korrekt indenfor en størrelsesorden .

Det var min besvarelse på opgave 7.

Så hvis lampen har koordinatsættet (20, 20), bidrager den til kvadrattet [4:5,4:5] med

Dens højde sættes til at være 3m

Så er

For kvadrattet [4m:5m, 4m:5m]

Hvis den har en lysstyrke på x = 20,0

Så er bidraget fra denne lampe til centrum af dette kvadrat:

Så for et ligningssystem har vi brug for

Kvadrattets & lampens lokation

Deres lysstyrker.

Dette minder en meget om at cirklens

Belysningsniveauet y er relateret til styrken x ud fra dens højde.

Bidraget af belysning er i enheden

Et lineært system må da kunne findes som ,

Hvor

Så for et vilkårligt